**Wymagania edukacyjne z matematyki**

Wszystkie umiejętności zapisane cienką czcionką dotyczą zarówno kształcenia na poziomie podstawowym i rozszerzonym. Wymagania programowe dotyczące tylko kształcenia na poziomie rozszerzonym zapisano czcionką pogrubioną.

1. **LICZBY RZECZYWISTE**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą (poziom K)** jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb |
| * rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze |
| * stosuje cechy podzielności liczb |
| * rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone |
| * znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb |
| * przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach |
| * wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy  z niedomiarem |
| * wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych |
| * oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej |
| * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka |
| * włącza czynnik pod znak pierwiastka |
| * wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu |
| * przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe, |
| * wykonuje proste działania na potęgach o wykładnikach całkowitych |
| * przedstawia liczbę w notacji wykładniczej |
| * oblicza procent danej liczby |
| * oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba |
| * wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * porównuje liczby wymierne |
| * podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych |
| * zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną |
| * posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych |
| * odczytuje prawidłowo informacje przedstawione na diagramach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp. |
| * wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a ∙ k + r* |
| * konstruuje odcinki o długościach niewymiernych |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu |
| * wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych |
| * zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły |
| * porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora |
| * wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych |
| * oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej |
| * rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe |
| * ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb |
| * dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. ,  – 1 |
| * uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych) |
| * przeprowadza dowód nie wprost |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych |

## JĘZYK MATEMATYKI

Poziom **(K)**  Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** jeśli:

|  |
| --- |
| * posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony |
| * wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów |
| * zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe |
| * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych |
| * rozwiązuje proste nierówności liniowe |
| * zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej |
| * oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej |
| * wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi) |
| * **stosuje wzory skróconego mnożenia ,** |
| * **stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu ,** |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * opisuje symbolicznie dane zbiory |
| * zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. |
| * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu |
| * wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia |
| * **wyprowadza wzory skróconego mnożenia ,** |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą |
| * wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych |
| * rozwiązuje nierówności liniowe |
| * przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej |
| * **wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej** |
| * **wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * formułuje i uzasadnia hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach |
| * **stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami** |
| * **uzasadnia własności wartości bezwzględnej** |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej |

# FUNKCJA LINIOWA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu |
| * rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem |
| * oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie |
| * wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej |
| * wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne) |
| * odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta |
| * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych |
| * sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej |
| * przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie |
| * stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej |
| * rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników |
| * **rozwiązuje graficznie układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi** |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * podaje przykłady funkcji liniowych opisujących sytuacje z życia codziennego |
| * interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej |
| * sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe |
| * rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny |
| * określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała |
| * rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności |
| * oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych |
| * uzasadnia na podstawie definicji monotoniczność funkcji liniowej |
| * sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe |
| * znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki |
| * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi |
| * **opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych** |
| * **rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze |
| * wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych |
| * rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna |
| * rozwiązuje układy równań liniowych z parametrem |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej |

# FUNKCJE

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami |
| * określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym) |
| * poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość  i wykres funkcji |
| * odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji |
| * wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelką lub opisem słownym |
| * wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia |
| * oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach) |
| * oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji |
| * sporządza wykresy funkcji: , , , , na podstawie danego wykresu funkcji |
| * **sporządza wykresy funkcji: , , mając dany wykres funkcji** |
| * odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji |
| * sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem |
| * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych |
| * rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem |
| * na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne |
| * określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji |
| * wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów |
| * stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości |
| * przedstawia daną funkcję na różne sposoby |
| * określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń |
| * na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem |
| * na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* w zależności od wartości parametru *m* |
| * na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  dla ustalonej wartości parametru *m* |
| * odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*) |
| * szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki |
| * **szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, mając dany wykres funkcji** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * uzasadnia, że funkcja  nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie |
| * wykorzystuje inne własności funkcji (np. parzystość) |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji |

1. **FUNKCJA KWADRATOWA**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * rysuje wykres funkcji i podaje jej własności |
| * sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej |
| * rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności |
| * ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu |
| * przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie |
| * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli |
| * znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu |
| * wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych |
| * określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika |
| * rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki |
| * sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać |
| * odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej |
| * rozwiązuje nierówności kwadratowe |
| * **stosuje wzory Viète’a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego bez wyznaczania ich wartości, przy czym sprawdza najpierw ich istnienie** |
| * **rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*)** |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia |
| * wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale |
| * **rozwiązuje proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem** |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* w zależności od parametru *m*, gdzie  *y = f(x)* jest funkcją kwadratową |
| * **rozwiązuje równania dwukwadratowe oraz inne równania sprowadzalne do równań kwadratowych przez podstawienie niewiadomej pomocniczej** |
| * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej |
| * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych |
| * znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych |
| * **stosuje wzory Viète’a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego, np.** |
| * **rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem o wyższym stopniu trudności** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej |
| * wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli |
| * wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego |
| * zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności |
| * wyprowadza wzory Viète’a |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej |

# PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |  |
| --- | --- |
| * rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne | |
| * stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie | |
| * sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt | |
| * uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania | |
| * wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań | |
| * uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa | |
| * zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych | |
| * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań | |
| * posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy | |
| * **rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa** | |
| * stosuje twierdzenie Pitagorasa | |
| * wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego | |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta | |
| * stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta:  oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: |
| * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30º, 45º, 60º |
| * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego |
| * znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej |
| * rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności |
| * wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * sprawdza, czy dane figury są podobne |
| * oblicza długości boków figur podobnych |
| * stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych |
| * wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne |
| * rozwiązuje trójkąty prostokątne |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie |
| * stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych |
| * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów |
| * wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| * przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta |
| * stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Talesa |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa |
| * stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu |
| * rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa |
| * stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu |
| * stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii |

# GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych |
| * wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców |
| * **wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie** |
| * **opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt** |
| * **określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach** |
| * **opisuje koło w układzie współrzędnych** |
| * **sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)** |
| * **wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności** |
| * wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza odległość punktu od prostej |
| * oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach |
| * **podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego** |
| * **sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot** |
| * **wykonuje działania na wektorach** |
| * **stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów** |
| * **stosuje działania na wektorach do podziału odcinka** |
| * rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań |
| * stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków |
| * **sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu** |
| * **wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg** |
| * **stosuje równanie okręgu w zadaniach** |
| * **stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej** |
| * **stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach** |
| * **opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny** |
| * **stosuje własności jednokładności w zadaniach** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej |
| * wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń |
| * rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności |

1. **WIELOMIANY**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników |
| * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany |
| * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu |
| * wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień |
| * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego |
| * stosuje wzory na kwadrat i **sześcianu sumy** i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki |
| * **stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów** |
| * **rozkłada wielomian na czynniki stosując metodę grupowania wyrazów** |
| * rozkłada wielomian na czynniki wyłączania wspólnego czynnika poza nawias |
| * **dzieli wielomian przez dwumian** |
| * **sprawdza poprawność wykonanego dzielenia** |
| * **zapisuje wielomian w postaci** |
| * **sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian  bez wykonywania dzielenia** |
| * **wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej** |
| * **znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność** |
| * rozwiązuje proste równania wielomianowe |
| * **rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu** |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia |
| * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów |
| * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów |
| * rozwiązuje równania wielomianowe |
| * **określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu** |
| * **sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki** |
| * **rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania oraz przez dzielenie wielomianów.** |
| * **wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej** |
| * **szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową** |
| * **dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu** |
| * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki |
| * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów |
| * **stosuje wzór:** |
| * rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia |
| * **stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów** |
| * analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki |
| * **sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian  bez wykonywania dzielenia** |
| * **wyznacza iloraz danych wielomianów** |
| * **wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki** |
| * porównuje wielomiany |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych** |
| * rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe |
| * **szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki** |
| * **stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka** |
| * **wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi** |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem** |
| * opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego |
| * stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów |
| * stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów |

1. **FUNKCJE WYMIERNE**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych zadań |
| * wyznacza współczynnik proporcjonalności |
| * podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu |
| * szkicuje wykres funkcji  (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie  i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) |
| * przesuwa wykres funkcji , gdzie o wektor i podaje jej własności |
| * podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie , aby otrzymać wykres |
| * wyznacza asymptoty wykresu powyższych funkcji |
| * **przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach** |
| * **wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej** |
| * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego |
| * oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej |
| * skraca i rozszerza wyrażenia wymierne |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia |
| * rozwiązuje proste równania wymierne |
| * **rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne** |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * dobiera wzór funkcji do jej wykresu |
| * **rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne** |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych |
| * wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej |
| * **stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych** |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną |
| * wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem |
| * **przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej** |
| * **szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności** |
| * **wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki** |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej** |
| * **szkicuje wykresy funkcji, , , gdzie jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności** |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia |
| * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych |
| * rozwiązuje równania wymierne |
| * **rozwiązuje nierówności wymierne** |
| * **rozwiązuje układy nierówności wymiernych** |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej |
| * **stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych** |
| * **zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań |
| * stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności |

# FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

**Poziom (K)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą jeśli:**

|  |
| --- |
| * **zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe** |
| * **wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu** |
| * **określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta** |
| * **oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°** |
| * **określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych** |
| * **wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań** |
| * **zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie** |
| * **odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu** |
| * **szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności** |
| * **szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności** |
| * **stosuje tożsamości trygonometryczne** |
| * **oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus** |
| * **wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów** |
| * **wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych** |
| * **rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne** |
| * **posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej** |

**Poziom (P)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dostateczną, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:**

|  |
| --- |
| * **szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności** |
| * **szkicuje wykresy funkcji oraz, gdzie jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności** |
| * **dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia** |
| * **stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego** |

**Poziom (R) lub (D)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:**

|  |
| --- |
| * **oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°** |
| * **stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań** |
| * **oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów** |
| * **wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych** |
| * **szkicuje wykres funkcji okresowej** |
| * **stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości** |
| * **wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta** |
| * **szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności** |
| * **na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności** |
| * **oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens** |
| * **stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych** |
| * **stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych** |

**Poziom (W)**

**Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:**

|  |
| --- |
| * **wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego** |
| * **rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych** |

**11.** **CIĄGI**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów |
| * szkicuje wykres ciągu |
| * wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie |
| * **wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie** |
| * wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość |
| * uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy |
| * **bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów** |
| * wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym |
| * podaje przykłady ciągów arytmetycznych |
| * wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| * podaje przykłady ciągów geometrycznych |
| * wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki) |
| * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| * oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji |
| * **bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę** |
| * **bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)** |
| * **rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy** |
| * **oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)** |
| * **sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny** |
| * **oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach** |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów |
| * podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach |
| * stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki) |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki) |
| * oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki) |
| * **podaje granicę ciągów dla *q* oraz  dla *k* > 0** |
| * **podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: dla *q* > 0 oraz *nk* dla *k* > 0** |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki |
| * bada monotoniczność ciągów |
| * **rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu** |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu** |
| * **bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów** |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny |
| * rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego |
| * wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny |
| * stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań |
| * określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego |
| * rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania |
| * stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach |
| * stosuje wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach |
| * **bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości** |
| * **oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych** |
| * **stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu |
| * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach |

# RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

**Poziom (K) lub (P)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:**

|  |
| --- |
| * **uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie** |
| * **oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)** |
| * **oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)** |
| * **oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)** |
| * **oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)** |
| * **wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)** |
| * **sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie** |
| * **oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)** |
| * **stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX* (proste przypadki)** |
| * **korzysta ze wzorów (*c*)' = 0, (*x*)' = 1, (*x*2)' = 2*x* oraz (*x*3)' = 3*x*2 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie** |
| * **stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)** |
| * **korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji** |
| * **podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu** |
| * **wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum** |
| * **uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)** |
| * **wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań** |
| * **zna i stosuje schemat badania własności funkcji** |
| * **szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)** |

**Poziom (R) lub (D)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:**

|  |
| --- |
| * **uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie** |
| * **uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie** |
| * **oblicza granicę funkcji w punkcie** |
| * **oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie** |
| * **oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe** |
| * **stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie** |
| * **oblicza w granice funkcji w nieskończoności** |
| * **wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji** |
| * **sprawdza ciągłość funkcji** |
| * **wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze** |
| * **stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa** |
| * **oblicza pochodną funkcji w punkcie** |
| * **stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX*** |
| * **uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie** |
| * **korzysta ze wzorów (*xn*)' = *nxn* – 1  dla i *x* ≠ 0 oraz  dla *x* ≥ 0 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie** |
| * **wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji** |
| * **wyznacza przedziały monotoniczności funkcji** |
| * **uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze** |
| * **wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna** |
| * **wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum** |
| * **uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum** |
| * **wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych** |
| * **bada własności funkcji i szkicuje jej wykres** |

**Poziom (W)**

**Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:**

|  |
| --- |
| * **wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji** |
| * **rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego** |

# PLANIMETRIA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła |
| * rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte |
| * stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny |
| * rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym |
| * określa własności czworokątów |
| * **sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg** |
| * **sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg** |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu |
| * stosuje własności czworokątów do rozwiązywania prostych zadań |
| * **stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym** |
| * **stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie** |
| * **stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta** |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności |
| * rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie |
| * stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej |
| * stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je |
| * **stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii** |
| * **stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu |
| * dowodzi wzory na pole trójkąta |
| * dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt |
| * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów |
| * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów |

1. **RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** jeśli:

|  |
| --- |
| * wypisuje wyniki danego doświadczenia |
| * stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia |
| * **przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia** |
| * wypisuje permutacje danego zbioru |
| * stosuje definicję silni |
| * oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru |
| * oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń |
| * oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami |
| * **oblicza wartość symbolu Newtona** |
| * **oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji** |
| * określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia |
| * określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu |
| * określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się |
| * stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych |
| * oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego |
| * określa iloczyn zdarzeń |
| * **oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe** |
| * **ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa** |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |
| * podaje rozkład prawdopodobieństwa |
| * **stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń** |
| * **oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite** |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |
| * oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru |
| * oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń |
| * oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami |
| * **oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji** |
| * **rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona** |
| * zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń |
| * stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych |
| * stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |
| * **oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe** |
| * **oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite** |
| * **ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci (*a* + *b*)*n* i wyznaczania współczynników wielomianów |
| * uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa |
| * rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń |
| * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń |

## STATYSTYKA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie |
| * oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza wariancję i odchylenie standardowe |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby |
| * wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań |
| * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |

# FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach |
| * szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności |
| * oblicza logarytm danej liczby |
| * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń |
| * **wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej** |
| * **szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności** |
| * szkicuje wykresy funkcji wykładniczej stosując przesunięcie o wektor |
| * **szkicuje wykresy funkcji logarytmicznej stosując przesunięcie o wektor** |
| * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń   z logarytmami |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg |
| * podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci |
| * wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres |
| * szkicuje wykres funkcji *y* = –*f*(*x*), *y* = *f*(–*x*), mając dany wykres funkcji wykładniczej *y* = *f*(*x*) |
| * **szkicuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), mając dany wykres funkcji wykładniczej *y* = *f*(*x*)** |
| * **szkicuje wykres funkcji *y* = –*f*(*x*), *y* = *f*(–*x*), *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), mając dany wykres funkcji logarytmicznej *y* = *f*(*x*)** |
| * **wyznacza wzór funkcji logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres** |
| * **stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami** |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach |
| * podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic |
| * stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń |
| * **szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń** |
| * rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej |
| * rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej |
| * **rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej** |
| * wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej** |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * dowodzi twierdzenia o logarytmach |
| * wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej |
| * zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (*x*, *y*) spełniających podany warunek |

# 17. STEREOMETRIA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** jeśli:

|  |
| --- |
| * wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne |
| * wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę |
| * określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu |
| * wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa) |
| * oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego |
| * oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego |
| * wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy |
| * wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy |
| * rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną |
| * wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) |
| * **wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej** |
| * oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej |
| * stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| * wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu |
| * oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego |
| * oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego |
| * wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu |
| * stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni |
| * stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów |
| * stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii   do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu |
| * **oblicza pola przekrojów wielościanu** |
| * oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem |
| * stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii   do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| * **oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli** |
| * **oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu** |
| * **oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku** |
| * wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych |

# 18. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności |
| * przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb |
| * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności |
| * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód nie wprost |

# 19. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania powyżej.