**Wymagania edukacyjne z matematyki**

Wszystkie umiejętności zapisane cienką czcionką dotyczą zarówno kształcenia na poziomie podstawowym i rozszerzonym. Wymagania programowe dotyczące tylko kształcenia na poziomie rozszerzonym zapisano czcionką pogrubioną.

1. **LICZBY RZECZYWISTE**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą (poziom K)** jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszychi złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
 |
| * rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze
 |
| * stosuje cechy podzielności liczb
 |
| * rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
 |
| * znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb
 |
| * przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
 |
| * wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy z niedomiarem
 |
| * wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
 |
| * oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
 |
| * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka
 |
| * włącza czynnik pod znak pierwiastka
 |
| * wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
 |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu
 |
| * przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe,
 |
| * wykonuje proste działania na potęgach o wykładnikach całkowitych
 |
| * przedstawia liczbę w notacji wykładniczej
 |
| * oblicza procent danej liczby
 |
| * oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
 |
| * wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * porównuje liczby wymierne
 |
| * podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
 |
| * zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną
 |
| * posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych
 |
| * odczytuje prawidłowo informacje przedstawione na diagramach
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
 |
| * wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a ∙ k + r*
 |
| * konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
 |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu
 |
| * wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych
 |
| * zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
 |
| * porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
 |
| * wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych
 |
| * oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
 |
| * rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
 |
| * ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
 |
| * dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. ,  – 1
 |
| * uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
 |
| * przeprowadza dowód nie wprost
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych
 |

## JĘZYK MATEMATYKI

Poziom **(K)**  Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** jeśli:

|  |
| --- |
| * posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony
 |
| * wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów
 |
| * zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
 |
| * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych
 |
| * rozwiązuje proste nierówności liniowe
 |
| * zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
 |
| * oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
 |
| * wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi)
 |
| * **stosuje wzory skróconego mnożenia ,**
 |
| * **stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równańi nierówności typu ,**
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * opisuje symbolicznie dane zbiory
 |
| * zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np.
 |
| * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu
 |
| * wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia
 |
| * **wyprowadza wzory skróconego mnożenia ,**
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
 |
| * wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych
 |
| * rozwiązuje nierówności liniowe
 |
| * przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej
 |
| * **wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej**
 |
| * **wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierównościz wartością bezwzględną**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * formułuje i uzasadnia hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach
 |
| * **stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami**
 |
| * **uzasadnia własności wartości bezwzględnej**
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej
 |

# FUNKCJA LINIOWA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
 |
| * rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
 |
| * oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
 |
| * wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
 |
| * wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne)
 |
| * odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
 |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty
 |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta
 |
| * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
 |
| * sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
 |
| * przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
 |
| * stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
 |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
 |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
 |
| * rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
 |
| * **rozwiązuje graficznie układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi**
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * podaje przykłady funkcji liniowych opisujących sytuacje z życia codziennego
 |
| * interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
 |
| * sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
 |
| * rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny
 |
| * określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
 |
| * rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności
 |
| * oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
 |
| * uzasadnia na podstawie definicji monotoniczność funkcji liniowej
 |
| * sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
 |
| * znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
 |
| * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
 |
| * **opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych**
 |
| * **rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
 |
| * wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
 |
| * rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna
 |
| * rozwiązuje układy równań liniowych z parametrem
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej
 |

# FUNKCJE

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
 |
| * określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
 |
| * poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji
 |
| * odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji
 |
| * wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelką lub opisem słownym
 |
| * wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia
 |
| * oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach)
 |
| * oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
 |
| * sporządza wykresy funkcji: , , , , na podstawie danego wykresu funkcji

 |
| * **sporządza wykresy funkcji: , , mając dany wykres funkcji**
 |
| * odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji
 |
| * sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
 |
| * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
 |
| * rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
 |
| * na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
 |
| * określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
 |
| * wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
 |
| * stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości
 |
| * przedstawia daną funkcję na różne sposoby
 |
| * określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń
 |
| * na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
 |
| * na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* w zależności od wartości parametru *m*
 |
| * na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  dla ustalonej wartości parametru *m*
 |
| * odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*)
 |
| * szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki
 |
| * **szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, mając dany wykres funkcji**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * uzasadnia, że funkcja  nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
 |
| * wykorzystuje inne własności funkcji (np. parzystość)
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji
 |

1. **FUNKCJA KWADRATOWA**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * rysuje wykres funkcji i podaje jej własności
 |
| * sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
 |
| * rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
 |
| * ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu
 |
| * przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
 |
| * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli
 |
| * znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu
 |
| * wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
 |
| * określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
 |
| * rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
 |
| * sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać
 |
| * odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
 |
| * rozwiązuje nierówności kwadratowe
 |
| * **stosuje wzory Viète’a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego bez wyznaczania ich wartości, przy czym sprawdza najpierw ich istnienie**
 |
| * **rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*)**
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
 |
| * wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale
 |
| * **rozwiązuje proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem**
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* w zależności od parametru *m*, gdzie *y = f(x)* jest funkcją kwadratową
 |
| * **rozwiązuje równania dwukwadratowe oraz inne równania sprowadzalne do równań kwadratowych przez podstawienie niewiadomej pomocniczej**
 |
| * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej
 |
| * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych
 |
| * znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych
 |
| * **stosuje wzory Viète’a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego, np.**
 |
| * **rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem o wyższym stopniu trudności**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
 |
| * wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
 |
| * wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
 |
| * zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności
 |
| * wyprowadza wzory Viète’a
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
 |

# PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
 |
| * stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie
 |
| * sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
 |
| * uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania
 |
| * wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
 |
| * uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa
 |
| * zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
 |
| * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
 |
| * posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy
 |
| * **rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa**
 |
| * stosuje twierdzenie Pitagorasa
 |
| * wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
 |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta
 |
| * stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta:  oraz wzór na pole trójkąta równobocznegoo boku *a*:
 |
| * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30º, 45º, 60º
 |
| * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
 |
| * znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
 |
| * rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
 |
| * wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów
 |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * sprawdza, czy dane figury są podobne
 |
| * oblicza długości boków figur podobnych
 |
| * stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
 |
| * wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
 |
| * rozwiązuje trójkąty prostokątne
 |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta
 |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
 |
| * stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
 |
| * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów
 |
| * wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
 |
| * przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
 |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta
 |
| * stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa
 |
| * stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
 |
| * rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesai twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
 |
| * stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
 |
| * stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii
 |

# GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
 |
| * wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
 |
| * **wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie**
 |
| * **opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt**
 |
| * **określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach**
 |
| * **opisuje koło w układzie współrzędnych**
 |
| * **sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)**
 |
| * **wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności**
 |
| * wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza odległość punktu od prostej
 |
| * oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach
 |
| * **podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego**
 |
| * **sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot**
 |
| * **wykonuje działania na wektorach**
 |
| * **stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów**
 |
| * **stosuje działania na wektorach do podziału odcinka**
 |
| * rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań
 |
| * stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków
 |
| * **sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu**
 |
| * **wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg**
 |
| * **stosuje równanie okręgu w zadaniach**
 |
| * **stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej**
 |
| * **stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach**
 |
| * **opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny**
 |
| * **stosuje własności jednokładności w zadaniach**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej
 |
| * wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń
 |
| * rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności
 |

1. **WIELOMIANY**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników
 |
| * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
 |
| * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
 |
| * wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
 |
| * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
 |
| * stosuje wzory na kwadrat i **sześcianu sumy** i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki
 |
| * **stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów**
 |
| * **rozkłada wielomian na czynniki stosując metodę grupowania wyrazów**
 |
| * rozkłada wielomian na czynniki wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
 |
| * **dzieli wielomian przez dwumian**
 |
| * **sprawdza poprawność wykonanego dzielenia**
 |
| * **zapisuje wielomian w postaci**
 |
| * **sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian  bez wykonywania dzielenia**
 |
| * **wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej**
 |
| * **znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność**
 |
| * rozwiązuje proste równania wielomianowe
 |
| * **rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu**
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
 |
| * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
 |
| * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
 |
| * rozwiązuje równania wielomianowe
 |
| * **określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu**
 |
| * **sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki**
 |
| * **rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania oraz przez dzielenie wielomianów.**
 |
| * **wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej**
 |
| * **szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową**
 |
| * **dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu**
 |
| * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki
 |
| * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
 |
| * **stosuje wzór:**
 |
| * rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
 |
| * **stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów**
 |
| * analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki
 |
| * **sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian  bez wykonywania dzielenia**
 |
| * **wyznacza iloraz danych wielomianów**
 |
| * **wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki**
 |
| * porównuje wielomiany
 |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych**
 |
| * rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe
 |
| * **szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki**
 |
| * **stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka**
 |
| * **wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi**
 |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem**
 |
| * opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
 |
| * stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych
 |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów
 |
| * stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów
 |

1. **FUNKCJE WYMIERNE**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych zadań
 |
| * wyznacza współczynnik proporcjonalności
 |
| * podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu
 |
| * szkicuje wykres funkcji  (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie  i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
 |
| * przesuwa wykres funkcji , gdzie o wektor i podaje jej własności
 |
| * podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji , gdzie , aby otrzymać wykres
 |
| * wyznacza asymptoty wykresu powyższych funkcji
 |
| * **przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach**
 |
| * **wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej**
 |
| * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
 |
| * oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
 |
| * skraca i rozszerza wyrażenia wymierne
 |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
 |
| * rozwiązuje proste równania wymierne
 |
| * **rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne**
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * dobiera wzór funkcji do jej wykresu
 |
| * **rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne**
 |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
 |
| * wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej
 |
| * **stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych**
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną
 |
| * wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem
 |
| * **przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej**
 |
| * **szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności**
 |
| * **wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki**
 |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej**
 |
| * **szkicuje wykresy funkcji, , , gdzie jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności**
 |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
 |
| * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
 |
| * rozwiązuje równania wymierne
 |
| * **rozwiązuje nierówności wymierne**
 |
| * **rozwiązuje układy nierówności wymiernych**
 |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
 |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej
 |
| * **stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych**
 |
| * **zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań
 |
| * stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności
 |

# FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

**Poziom (K)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą jeśli:**

|  |
| --- |
| * **zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe**
 |
| * **wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu**
 |
| * **określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta**
 |
| * **oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°**
 |
| * **określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych**
 |
| * **wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań**
 |
| * **zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie**
 |
| * **odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu**
 |
| * **szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności**
 |
| * **szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności**
 |
| * **stosuje tożsamości trygonometryczne**
 |
| * **oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus**
 |
| * **wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów**
 |
| * **wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych**
 |
| * **rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne**
 |
| * **posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej**
 |

**Poziom (P)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dostateczną, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:**

|  |
| --- |
| * **szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności**
 |
| * **szkicuje wykresy funkcji oraz, gdzie jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności**
 |
| * **dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia**
 |
| * **stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego**
 |

**Poziom (R) lub (D)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:**

|  |
| --- |
| * **oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080°**
 |
| * **stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań**
 |
| * **oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów**
 |
| * **wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych**
 |
| * **szkicuje wykres funkcji okresowej**
 |
| * **stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości**
 |
| * **wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta**
 |
| * **szkicuje wykresy funkcji oraz , gdzie jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności**
 |
| * **na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności**
 |
| * **oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens**
 |
| * **stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych**
 |
| * **stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych**
 |

**Poziom (W)**

**Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:**

|  |
| --- |
| * **wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego**
 |
| * **rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych**
 |

**11.** **CIĄGI**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
 |
| * szkicuje wykres ciągu
 |
| * wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie
 |
| * **wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie**
 |
| * wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość
 |
| * uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy
 |
| * **bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów**
 |
| * wyznacza wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym
 |
| * podaje przykłady ciągów arytmetycznych
 |
| * wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
 |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
 |
| * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
 |
| * podaje przykłady ciągów geometrycznych
 |
| * wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
 |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
 |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
 |
| * oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
 |
| * oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
 |
| * **bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę**
 |
| * **bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki)**
 |
| * **rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy**
 |
| * **oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki)**
 |
| * **sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny**
 |
| * **oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach**
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów
 |
| * podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
 |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach
 |
| * stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
 |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)
 |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
 |
| * oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki)
 |
| * **podaje granicę ciągów dla *q* oraz  dla *k* > 0**
 |
| * **podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów: dla *q* > 0 oraz *nk* dla *k* > 0**
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
 |
| * bada monotoniczność ciągów
 |
| * **rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu**
 |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu**
 |
| * **bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów**
 |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
 |
| * sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny
 |
| * rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
 |
| * wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny
 |
| * stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
 |
| * określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
 |
| * rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania
 |
| * stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach
 |
| * stosuje wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach
 |
| * **bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości**
 |
| * **oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych**
 |
| * **stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
 |
| * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach
 |

# RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

**Poziom (K) lub (P)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:**

|  |
| --- |
| * **uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie**
 |
| * **oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki)**
 |
| * **oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki)**
 |
| * **oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki)**
 |
| * **oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki)**
 |
| * **wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki)**
 |
| * **sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie**
 |
| * **oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki)**
 |
| * **stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX* (proste przypadki)**
 |
| * **korzysta ze wzorów (*c*)' = 0, (*x*)' = 1, (*x*2)' = 2*x* oraz (*x*3)' = 3*x*2 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie**
 |
| * **stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki)**
 |
| * **korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji**
 |
| * **podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu**
 |
| * **wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum**
 |
| * **uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki)**
 |
| * **wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań**
 |
| * **zna i stosuje schemat badania własności funkcji**
 |
| * **szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki)**
 |

**Poziom (R) lub (D)**

**Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:**

|  |
| --- |
| * **uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie**
 |
| * **uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie**
 |
| * **oblicza granicę funkcji w punkcie**
 |
| * **oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie**
 |
| * **oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe**
 |
| * **stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie**
 |
| * **oblicza w granice funkcji w nieskończoności**
 |
| * **wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji**
 |
| * **sprawdza ciągłość funkcji**
 |
| * **wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze**
 |
| * **stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa**
 |
| * **oblicza pochodną funkcji w punkcie**
 |
| * **stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX***
 |
| * **uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie**
 |
| * **korzysta ze wzorów (*xn*)' = *nxn* – 1  dla i *x* ≠ 0 oraz  dla *x* ≥ 0 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie**
 |
| * **wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji**
 |
| * **wyznacza przedziały monotoniczności funkcji**
 |
| * **uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze**
 |
| * **wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna**
 |
| * **wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum**
 |
| * **uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum**
 |
| * **wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych**
 |
| * **bada własności funkcji i szkicuje jej wykres**
 |

**Poziom (W)**

**Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:**

|  |
| --- |
| * **wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji**
 |
| * **rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego**
 |

# PLANIMETRIA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła
 |
| * rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
 |
| * stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
 |
| * rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym
 |
| * określa własności czworokątów
 |
| * **sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg**
 |
| * **sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg**
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu
 |
| * stosuje własności czworokątów do rozwiązywania prostych zadań
 |
| * **stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym**
 |
| * **stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie**
 |
| * **stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta**
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności
 |
| * rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie
 |
| * stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej
 |
| * stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je
 |
| * **stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii**
 |
| * **stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu
 |
| * dowodzi wzory na pole trójkąta
 |
| * dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów
 |
| * rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów
 |

1. **RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** jeśli:

|  |
| --- |
| * wypisuje wyniki danego doświadczenia
 |
| * stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia
 |
| * **przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia**
 |
| * wypisuje permutacje danego zbioru
 |
| * stosuje definicję silni
 |
| * oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
 |
| * oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
 |
| * oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
 |
| * **oblicza wartość symbolu Newtona**
 |
| * **oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji**
 |
| * określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia
 |
| * określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu
 |
| * określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się
 |
| * stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
 |
| * oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
 |
| * określa iloczyn zdarzeń
 |
| * **oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe**
 |
| * **ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa**
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
 |
| * podaje rozkład prawdopodobieństwa
 |
| * **stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń**
 |
| * **oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite**
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
 |
| * oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
 |
| * oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
 |
| * oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
 |
| * **oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji**
 |
| * **rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona**
 |
| * zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń
 |
| * stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
 |
| * stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
 |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
 |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
 |
| * **oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe**
 |
| * **oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite**
 |
| * **ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci (*a* + *b*)*n* i wyznaczania współczynników wielomianów
 |
| * uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń
 |
| * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
 |

## STATYSTYKA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę
 |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie
 |
| * oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza wariancję i odchylenie standardowe
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby
 |
| * wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań
 |
| * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki
 |

# FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
 |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
 |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
 |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach
 |
| * szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności
 |
| * oblicza logarytm danej liczby
 |
| * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
 |
| * **wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej**
 |
| * **szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności**
 |
| * szkicuje wykresy funkcji wykładniczej stosując przesunięcie o wektor
 |
| * **szkicuje wykresy funkcji logarytmicznej stosując przesunięcie o wektor**
 |
| * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń

z logarytmami  |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
 |
| * podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci
 |
| * wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres
 |
| * szkicuje wykres funkcji *y* = –*f*(*x*), *y* = *f*(–*x*), mając dany wykres funkcji wykładniczej *y* = *f*(*x*)
 |
| * **szkicuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), mając dany wykres funkcji wykładniczej *y* = *f*(*x*)**
 |
| * **szkicuje wykres funkcji *y* = –*f*(*x*), *y* = *f*(–*x*), *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), mając dany wykres funkcji logarytmicznej *y* = *f*(*x*)**
 |
| * **wyznacza wzór funkcji logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres**
 |
| * **stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami**
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach
 |
| * podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
 |
| * stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń
 |
| * **szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń**
 |
| * rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej
 |
| * rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej
 |
| * **rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej**
 |
| * wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym
 |
| * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej**
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * dowodzi twierdzenia o logarytmach
 |
| * wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej
 |
| * zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (*x*, *y*) spełniających podany warunek
 |

# 17. STEREOMETRIA

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** jeśli:

|  |
| --- |
| * wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
 |
| * wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę
 |
| * określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu
 |
| * wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)
 |
| * oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego
 |
| * oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego
 |
| * wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy
 |
| * wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy
 |
| * rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną
 |
| * wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)
 |
| * **wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej**
 |
| * oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej
 |
| * stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej
 |
| * wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu
 |
| * oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego
 |
| * oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego
 |
| * wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu
 |
| * stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni
 |
| * stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów
 |
| * stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii

do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu  |
| * **oblicza pola przekrojów wielościanu**
 |
| * oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem
 |
| * stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii

do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej  |
| * **oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli**
 |
| * **oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu**
 |
| * **oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku**
 |
| * wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii
 |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych
 |

# 18. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**  jeśli:

|  |
| --- |
| * przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb
 |

Poziom  **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) i dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności
 |
| * przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb
 |
| * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności
 |
| * przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód nie wprost
 |

# 19. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania powyżej.